

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 8) (त्रिकोणमिति का परिचय)
(कक्षा 10)
प्रश्नावली 8.2

प्रश्न 1:

निम्नलिखित के मान निकालिए:

(i). $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

(ii). $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

(iii).

$$\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$$

(iv).

$$\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$$

(v).

$$\frac{5 \cos^2 60^\circ + 4 \sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$$

उत्तर 1:

(i) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

(ii) $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\ &= 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 2 \end{aligned}$$

(iii)

$$\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$$

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 8) (त्रिकोणमिति का परिचय)
(कक्षा 10)

मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + 2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}(2+2\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{3}(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})}{(2\sqrt{6}+2\sqrt{2})(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})} \\ &= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(2\sqrt{6})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{24-8} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{16} \\ &= \frac{\sqrt{18}-\sqrt{6}}{8} = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8} \end{aligned}$$

(iv) $\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$

मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}}}{\frac{3\sqrt{3}+4}{2\sqrt{3}}} = \frac{(3\sqrt{3}-4)}{(3\sqrt{3}+4)} \\ &= \frac{(3\sqrt{3}-4)(3\sqrt{3}-4)}{(3\sqrt{3}+4)(3\sqrt{3}-4)} = \frac{(3\sqrt{3}-4)^2}{(3\sqrt{3})^2 - (4)^2} \\ &= \frac{27+16-24\sqrt{3}}{27-16} = \frac{43-24\sqrt{3}}{11} \end{aligned}$$

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ – 8) (त्रिकोणमिति का परिचय)
(कक्षा 10)

(v)

$$\frac{5 \cos^2 60^\circ + 4 \sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$$

मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - (1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \\ &= \frac{5\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{16}{3}\right) - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \\ &= \frac{15 + 64 - 12}{4} = \frac{67}{12} \end{aligned}$$

प्रश्न 2:

सही विकल्प चुनिए और अपने विकल्प का औचित्य दीजिए:

(i). $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$

(A) $\sin 60^\circ$ (B) $\cos 60^\circ$ (C) $\tan 60^\circ$ (D) $\sin 30^\circ$

(ii). $\frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ}$

(A) $\tan 90^\circ$ (B) 1 (C) $\sin 45^\circ$ (D) 0

(iii). $\sin 2A = 2 \sin A$ तब सत्य होता है, जबकि A बराबर है:

(A) 0 (B) 30° (C) 45° (D) 60°

(iv). $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$ बराबर है:

(A) $\cos 60^\circ$ (B) $\sin 60^\circ$ (C) $\tan 60^\circ$ (D) $\sin 30^\circ$

उत्तर 2:

(i). $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$

मान रखने पर

www.tiwariacademy.com
A Free web support in education

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 8) (त्रिकोणमिति का परिचय)
(कक्षा 10)

$$\begin{aligned} &= \frac{2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

हम जानते हैं कि $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

इसलिए, विकल्प (A) सही है।

(ii). $\frac{1-\tan^2 45^\circ}{1+\tan^2 45^\circ}$

मान रखने पर

$$= \frac{1-(1)^2}{1+(1)^2} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

इसलिए, विकल्प (D) सही है।

(iii). $\sin 2A = 2 \sin A$

हम जानते हैं कि $\sin 0 = 0$

इसलिए, विकल्प (A) सही है।

(iv). $\frac{2 \tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ}$

मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

हम जानते हैं कि $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

इसलिए, विकल्प (C) सही है।

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 8) (त्रिकोणमिति का परिचय)
(कक्षा 10)

प्रश्न 3:

यदि $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ और $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $0^\circ < A + B \leq 90^\circ$, $A > B$, तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

दिया है $\tan(A + B) = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \tan(A + B) = \tan 60^\circ$$

$$[\text{क्योंकि } \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\Rightarrow A + B = 60^\circ$$

... (i)

दिया है $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow \tan(A - B) = \tan 30^\circ$$

$$[\text{क्योंकि } \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\Rightarrow A - B = 30^\circ$$

... (ii)

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$$2A = 90^\circ$$

$$\Rightarrow A = 45^\circ$$

समीकरण (i) से

$$45^\circ + B = 60^\circ$$

$$\Rightarrow B = 15^\circ$$

इसलिए, $A = 45^\circ$ और $B = 15^\circ$

प्रश्न 4:

बताइए कि निम्नलिखित में कौन - कौन सत्य हैं या असत्य हैं। कारण सहित अपने उत्तर कि पुष्टि कीजिए।

(i). $\sin(A + B) = \sin A + \sin B$

(ii). θ में वृद्धि होने के साथ $\sin \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

(iii). θ में वृद्धि होने के साथ $\cos \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

(iv). θ के सभी मानों पर $\sin \theta = \cos \theta$.

(v). $A = 0^\circ$ पर $\cot A$ परिभाषित नहीं है।

उत्तर 4:

(i) असत्य,

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 8) (त्रिकोणमिति का परिचय)
(कक्षा 10)

माना $A = 30^\circ$ और $B = 60^\circ$

इसप्रकार,

$$LHS = \sin(A + B) = \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1 \text{ और}$$

$$RHS = \sin A + \sin B = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \neq 1$$

अतः, $\sin(A + B) \neq \sin A + \sin B$

(ii) सत्य,

क्योंकि, हम जानते हैं कि $\sin 0^\circ = 0$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ और $\sin 90^\circ = 1$
इसप्रकार, θ में वृद्धि होने के साथ $\sin \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

(iii) असत्य,

क्योंकि, हम जानते हैं कि $\cos 0^\circ = 1$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ और $\cos 90^\circ = 0$
इसप्रकार, θ में वृद्धि होने के साथ $\cos \theta$ के मान में कमी होती है।

(iv) असत्य,

क्योंकि $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ लेकिन $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ होता है।

(v) सत्य,

क्योंकि $\tan 0^\circ = 0$, हम जानते हैं कि $\cot 0^\circ = \frac{1}{\tan 0^\circ} = \frac{1}{0}$ परिभाषित नहीं है।