

गणित

(www.tiwaricademy.com)

(अध्याय - 13) (सीधा और प्रतिलोम समानुपात)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 13.2

प्रश्न 1:

निम्नलिखित में से कौन प्रतिलोम में हैं?

- (i) किसी कार्य पर लगे व्यक्तियों की संख्या और उस कार्य को पूरा करने में लगा समय।
- (ii) एक समान चाल से किसी यात्रा में लिया गया समय और तथ्य दूरी।
- (iii) खेती की गई भूमि का क्षेत्रफल और काटी गई फसल।
- (iv) एक निश्चित यात्रा में लिया गया समय और वाहन की चाल।
- (v) किसी देश की जनसंख्या और प्रति व्यक्ति भूमि का क्षेत्रफल।



उत्तर 1:

- (i) यहाँ प्रतिलोम समानुपात है क्योंकि यदि व्यक्तियों की संख्या कम होगी तो कार्य को पूरा करने में अधिक समय लगेगा।
- (ii) यहाँ प्रत्यक्ष समानुपात है क्योंकि जितने अधिक समय होगा उतनी अधिक दूरी तथ्य होगी।
- (iii) यहाँ प्रत्यक्ष समानुपात है क्योंकि जितने अधिक खेती की गई भूमि का क्षेत्रफल होगा और उतनी अधिक काटी गई फसल होगी।
- (iv) यहाँ प्रतिलोम समानुपात है क्योंकि यदि वाहन की चाल अधिक होगी तो यात्रा में लिया गया समय कम होगा।
- (v) यहाँ प्रतिलोम समानुपात है क्योंकि देश की जनसंख्या जितनी अधिक होगी, प्रति व्यक्ति भूमि का क्षेत्रफल उतना ही कम होगा।

प्रश्न 2:

एक टेलीविज़न गेम शो (game show) में, ₹1,00,000 की पुरस्कार राशि विजेताओं में समान रूप से वितरित की जानी है। निम्नलिखित सरणी को पूरा कीजिए तथा ज्ञात कीजिए कि क्या एक व्यक्तिगत विजेता को दी जाने वाली पुरस्कार की धनराशि विजेताओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती है या व्युक्तमानुपाती है।

विजेताओं की संख्या	1	2	4	5	8	10	20
प्रत्येक विजेता का पुरस्कार (₹ में)	1,00,000	50,000	----	----	----	----	----

उत्तर 2:

यहाँ विजेताओं की संख्या तथा पुरस्कार की धनराशि में प्रतिलोम समानुपात है क्योंकि यदि विजेताओं की संख्या बढ़ती है तो प्रत्येक विजेता को दी गई पुरस्कार की धनराशि कम होगी।

$$\text{जब विजेताओं की संख्या } 4 \text{ है, तो प्रत्येक विजेता को दी गई धनराशि} = \frac{100000}{4} = ₹25,000$$

$$\text{जब विजेताओं की संख्या } 5 \text{ है, तो प्रत्येक विजेता को दी गई धनराशि} = \frac{100000}{5} = ₹20,000$$

$$\text{जब विजेताओं की संख्या } 8 \text{ है, तो प्रत्येक विजेता को दी गई धनराशि} = \frac{100000}{8} = ₹12,500$$

$$\text{जब विजेताओं की संख्या } 10 \text{ है, तो प्रत्येक विजेता को दी गई धनराशि} = \frac{100000}{10} = ₹10,000$$

$$\text{जब विजेताओं की संख्या } 20 \text{ है, तो प्रत्येक विजेता को दी गई धनराशि} = \frac{100000}{20} = ₹5,000$$

प्रश्न 3:

रहमान तीलियों या डंडियों का प्रयोग करते हुए, एक पहिया बना रहा है। वह समान तीलियाँ इस प्रकार लगाना चाहता है कि किन्हीं भी क्रमागत तीलियों के युग्मों के बीच के कोण बराबर हैं। निम्नलिखित सरणी को पूरा करके, उसकी सहायता कीजिए:

तीलियों की संख्या	4	6	8	10	12
क्रमागत तीलियों के एक युग्म के बीच का कोण	90°	60°	----	----	----

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 13) (सीधा और प्रतिलोम समानुपात)

(कक्षा - 8)

- (i) क्या तीलियों की संख्या और क्रमागत तीलियों के किसी युग्म के बीच का कोण प्रतिलोम समानुपात में है?
- (ii) तीलियों वाले एक पहिए के क्रमागत तीलियों के किसी युग्म का कोण परिकलित कीजिए।
- (iii) यदि क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण 40° है, तो आवश्यक तीलियों की संख्या कितनी होगी?



उत्तर 3:

यहाँ तीलियों की संख्या तथा क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण में प्रतिलोम समानुपात है, अतः जब तीलियों की संख्या 8 है, तब

$$\text{क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

जब तीलियों की संख्या 10 है, तब

$$\text{क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

जब तीलियों की संख्या 12 है, तब

$$\text{क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

तीलियों की संख्या	4	6	8	10	12
क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण	90°	60°	45°	36°	30°
(i) हाँ, तीलियों की संख्या तथा क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण में प्रतिलोम समानुपात है					
(i) जब तीलियों की संख्या 15 है, तब तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण $= \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$.					
(ii) आवश्यक तीलियों की संख्या $= \frac{360^\circ}{40^\circ} = 9$					

प्रश्न 4:

यदि किसी डिल्ले की मिठाई को 24 बच्चों में बाँटा जाए, तो प्रत्येक बच्चे को 5 मिठाइयाँ मिलती हैं। यदि बच्चों की संख्या में 4 की कमी हो जाए, तो प्रत्येक बच्चे को कितनी मिठाइयाँ मिलेंगी?

उत्तर 4:

$$\therefore \text{प्रत्येक बच्चे को मिठाइयाँ} = 5, \therefore 24 \text{ बच्चों को कुल मिठाइयाँ} = 24 \times 5 = 120$$

$$\text{कुल मिठाइयाँ} = 120$$

$$\text{यदि बच्चों की संख्या में 4 की कमी हो जाए, तो कुल बच्चे} = 24 - 4 = 20$$

$$\text{अब, प्रत्येक बच्चे को मिठाइयाँ} = \frac{120}{20} = 6 \text{ मिठाइयाँ}$$

प्रश्न 5:

एक किसान की पशुशाला में 20 पशुओं के लिए 6 दिन का पर्याप्त भोजन है। यदि इस पशुशाला में 10 पशु और आ जाएँ, तो यह भोजन कितने दिन तक पर्याप्त रहेगा?

उत्तर 5:

यदि इस पशुशाला में 10 पशु और आ जाएँ, तो माना दिन = x

पशुओं की कुल संख्या = $20 + 10 = 30$

पशुओं की संख्या	20	30
दिन	6	x

गणित

(www.tiwaricademy.com)

(अध्याय - 13) (सीधा और प्रतिलोम समानुपात)

(कक्षा - 8)

क्योंकि पशुओं की संख्या, दिनों के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\therefore \frac{20}{30} = \frac{x}{6} \Rightarrow 30 \times x = 20 \times 6 \Rightarrow x = \frac{20 \times 6}{30} = 4$$

अतः, यदि इस पशुशाला में 10 पशु और आ जाएँ, तो यह भोजन 4 दिन तक पर्याप्त रहेगा।

प्रश्न 6:

एक ठेकेदार यह आकलन करता है कि जसमिंदर के घर में पुनः तार लगाने का कार्य 3 व्यक्ति 4 दिन में कर सकते हैं। यदि वह तीन के स्थान पर चार व्यक्तियों को इस काम पर लगाता है, तो यह कार्य कितने दिन में पूरा हो जाएगा?

उत्तर 6:

माना, कार्य को पूरा करने में लिए गए दिन = x

व्यक्ति	3	4
दिन	4	x

क्योंकि व्यक्तियों की संख्या, दिनों के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{x}{4} \Rightarrow 4 \times x = 3 \times 4 \Rightarrow x = \frac{3 \times 4}{4} = 3 \text{ दिन}$$

अतः, जसमिंदर के घर में पुनः तार लगाने का कार्य 4 व्यक्ति 3 दिन में कर सकते हैं।

प्रश्न 7:

बोतलों के एक बैच (batch) को 25 बक्सों में रखा जाता है, जबकि प्रत्येक बक्स में 12 बोतलें हैं। यदि इसी बैच की बोतलों को इस प्रकार रखा जाए कि प्रत्येक बक्स में 20 बोतलें हों, तो कितने बक्स भरे जाएँगे?

उत्तर 7:

माना, बक्स की संख्या = x

प्रत्येक बक्स में बोतलों की संख्या	12	20
बक्स की संख्या	25	x

क्योंकि प्रत्येक बक्स में बोतलों की संख्या, बक्स की संख्या के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः



$$\therefore \frac{12}{20} = \frac{x}{25} \Rightarrow x \times 25 = 12 \times 25 \Rightarrow x = \frac{12 \times 25}{20} = 15$$

अतः, प्रत्येक बक्स में 20 बोतलें हों, तो 15 बक्स भरे जाएँगे।

प्रश्न 8:

एक फैक्ट्री को कुछ वस्तुएँ 63 दिन में बनाने के लिए 42 मशीनों की आवश्यकता होती है। उतनी ही वस्तुएँ 54 दिन में बनाने के लिए, कितनी मशीनों की आवश्यकता होगी?

उत्तर 8:

माना, आवश्यक मशीनों की संख्या = x

दिन	63	54
मशीनों की संख्या	42	x

क्योंकि मशीनों की संख्या, दिनों के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\therefore \frac{63}{54} = \frac{x}{42} \Rightarrow x \times 42 = 63 \times 42 \Rightarrow x = \frac{63 \times 42}{54} = 49$$

अतः, फैक्ट्री को वस्तुएँ 54 दिन में बनाने के लिए, 49 मशीनों की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 9:

एक कार एक स्थान तक पहुँचने में 60 km/hr की चाल से चलकर 2 घंटे का समय लेती है। 80 km/hr की चाल से उस कार को कितना समय लगेगा?

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 13) (सीधा और प्रतिलोम समानुपात)

(कक्षा - 8)

उत्तर 9:

माना, 80 km/hr की चाल से उस कार को लगा समय = x

चाल (km/hr में)	60	80
समय (घंटे में)	2	x

क्योंकि चाल, समय के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\therefore \frac{60}{80} = \frac{x}{2} \Rightarrow x \times 80 = 60 \times 2 \Rightarrow x = \frac{60 \times 2}{80} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ घंटे}$$

अतः, 80 km/hr की चाल से उस कार को $1\frac{1}{2}$ घंटे का समय लगेगा।

प्रश्न 10:

दो व्यक्ति एक घर में नई खिड़कियाँ 3 दिन में लगा सकते हैं।

- (i) कार्य प्रारंभ होने से पहले, एक व्यक्ति बीमार पड़ जाता है। अब यह कार्य कितने दिन में पूरा हो पाएगा?
- (ii) एक ही दिन में खिड़कियाँ लगवाने के लिए, कितने व्यक्तियों की आवश्यकता होगी?

उत्तर 10:

(i) माना दिनों की संख्या = x

व्यक्तियों की संख्या	2	1
दिनों की संख्या	3	x

क्योंकि व्यक्तियों की संख्या, दिनों की संख्या के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{x}{3} \Rightarrow x \times 1 = 2 \times 3 \Rightarrow x = \frac{2 \times 3}{1} = 6 \text{ दिन}$$

(ii) माना व्यक्तियों की संख्या = x

व्यक्तियों की संख्या	2	x
दिनों की संख्या	3	1

क्योंकि व्यक्तियों की संख्या, दिनों की संख्या के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\therefore \frac{2}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x \times 1 = 2 \times 3 \Rightarrow x = \frac{2 \times 3}{1} = 6 \text{ व्यक्ति}$$

प्रश्न 11:

किसी स्कूल में, 45 मिनट अवधि के 8 कालांश होते हैं। यह कल्पना करते हुए कि स्कूल का कार्य समय उतना ही रहता है, यदि स्कूल में बराबर अवधि के 9 कालांश हों, तो प्रत्येक कालांश कितने समय का होगा?

उत्तर 11:

माना, प्रत्येक कालांश का समय = x

कालांश की संख्या	8	9
कालांश का समय (मिनट में)	45	x

क्योंकि कालांश की संख्या, कालांश के समय के प्रतिलोम अनुपात में है। अतः

$$\begin{aligned} \therefore \frac{8}{9} &= \frac{x}{45} \\ \Rightarrow x \times 9 &= 8 \times 45 \\ \Rightarrow x &= \frac{8 \times 45}{9} = 40 \text{ मिनट} \end{aligned}$$

अतः, यदि स्कूल में बराबर अवधि के 9 कालांश हों, तो प्रत्येक कालांश 40 मिनट का होगा।